

〔研究ノート〕

DSGE モデルの完全予見動学とカリブレーション

片 桐 満

目 次

- はじめに
- 完全予見動学 (Perfect Foresight Dynamics) を用いた定量分析の特徴
 - 完全予見動学と他の分析手法との比較
 - DSGE モデルにおけるカリブレーション
- Dynare を用いた完全予見動学のカリブレーション
 - 国際貿易 DSGE モデルの概要
 - 定量分析のための準備: Mod ファイルの作成と定常状態の算出
 - データ構築とカリブレーション
 - 分析結果
- おわりに

1. はじめに

動学的一般均衡モデル (Dynamic Stochastic General Equilibrium Model, 以下 DSGE モデル) が、マクロ経済学における主たる分析手法として定着して久しい。DSGE モデルでは、家計の効用最大化や企業の利潤最大化の結果として、マクロ経済の動きが定義される。特に、将来の経済動向に対する期待に基づき、家計や企業が、動学的な最適化を行うことが主な特徴点として挙げられる。例えば、社会全体が高齢化していく中で、家計が将来の高齢化に備えて貯蓄する結果として、社会全体の貯蓄率が上昇していく、といった状況を描写することができる。このように DSGE モデルでは、時系列モデルや旧来の大型マクロモデルなど、過去の経験則に基づくモデルで扱うことが難しかった経済問題を分析

することができることが特長である。こうした DSGE モデルの詳細については、加藤 (2006) など初期の DSGE モデルに関する文献を参照されたい。

こうした DSGE モデルを用いて定量分析を行う際に論点となるのが、モデル内のパラメータをどのように設定するのか、という点である。家計や企業の最適化行動は、あくまでモデルのパラメータを前提として行われるため、設定するパラメータの値によって、定量的な分析結果も大きく変わりうる。例えば、本稿で分析例として用いる国際貿易 DSGE モデルでは、輸出入に係る輸送コストのパラメータを設定する必要がある。モデル内において、各企業は、輸送コストがどの程度であるかを考慮したうえで、最適な輸出量を設定したり、そもそも輸出を行うかどうかを判断したりするため、輸送コストのパラメータは、定量的な分析結果に大きな影響を及ぼしうる。こうした DSGE モデルにおけるパラメータの設定は、「カリブレーション (Calibration)」と呼ばれ、用いる分析手法によって様々なやり方が提唱されている。このように、DSGE モデルを用いた定量分析では、モデルにどのような経済メカニズムを組み込むのかという点だけでなく、パラメータのカリブレーションをどう行うかが重要な論点となる。

本研究ノートでは、DSGE モデルにおけるカリブレーションの中でも、**完全予見動学 (Perfect Foresight Dynamics)** を用いた分析におけるカリブレーションについて記述する。特に、モデルから得られる均衡動学をデータに合わせるカリブレーション手法について、DSGE モデルの分析用ソフトウェアである Dynare を用い

たプログラミングを紹介する。本稿の構成は以下のとおりである。まず第2節では、完全予見動学を用いた定量分析について、DSGEモデルを用いた他の分析手法と比較しながら、その特徴点を簡単に解説する。第3節では、完全予見動学を用いた分析例として、人口動態と国際貿易の関係を分析するためのDSGEモデルを解説したのち、完全予見動学を用いた高齢化と貿易収支・資本収支の分析について、日本のデータを用いたパラメータのカリブレーションと、その定量分析の結果を紹介する。

2. 完全予見動学 (Perfect Foresight Dynamics) を用いた定量分析の特徴

本節では、完全予見動学を用いた定量分析について、DSGEモデルを用いた他の分析手法とも比較しながら、その特徴を簡単に解説する。その後、完全予見動学を含め、DSGEモデルを用いた定量分析におけるカリブレーションについて説明する。

(1) 完全予見動学と他の分析手法との比較

DSGEモデルによる定量分析で最もよく用いられる分析手法は、何かしらの確率的 (stochastic) な変化が存在すると仮定し、その確率的な変動によってマクロ経済の動きを描写する手法である。例えば、初期のDSGEモデルのひとつであるRBCモデル (Real Business Cycle Model) では、景気変動を引き起こす主要因として生産性の確率的な変動を想定し、それがGDPや消費など他のマクロ変数に与える影響について分析が行われる。DSGEモデルでは、通常、そのような確率的な変動に直面した際、家計や企業は、将来の経済動向に関する合理的期待 (Rational expectation) を持つと想定され、その下での均衡は、合理的期待均衡と呼ばれる。合理的期待とは、家計や企業は、経済変動を引き起こす確率的变化について、将来、それが発生する頻度や平均的な規模を正しく理解しているほか、その確率的な変動がマクロ経済に影響を与えるメカニズムについても正しく理解したうえで、将来に関する予想を形成していることを

意味する。合理的期待均衡については、現実と比較して過度に合理的な人々を想定しているといった批判もあり、それに対して、家計や企業が情報取得のコストを勘案しながら、一部の情報のみを勘案していると想定するRational inattention modelや、正しい経済構造を様々な情報から徐々に認識していく適応的学習モデル等が提案されている。もっとも、確率的な不確実性のもとで家計や企業が最適な行動を選択する、という合理的期待均衡の考え方は、多くの場合で現実をよく描写できることから、現在でもDSGEモデルを用いた定量分析において、最も一般的に採用されている概念である。

一方、本研究ノートで用いる完全予見動学に基づく定量分析は、DSGEモデルを用いた定量分析でよく用いられる手法の一つであるが、確率的な合理的期待均衡に基づく手法とはやや異なる特徴を持つ。具体的な主な特徴点として、[1] 非確率的 (deterministic) な変化に対するマクロ経済動向に着目していること、[2] 家計や企業の完全予見を仮定したうえで、その中長期的な動きを分析すること、の二点が挙げられる。こうした特徴点は、後述するように様々な利点があるものの、分析対象とする経済問題によっては非現実的な仮定となってしまうため、完全予見動学を適用すべき経済問題なのかどうかを慎重に吟味する必要がある。

まず、[1] の特徴点について、確率的な変動を想定する合理的期待均衡と比較すると、合理的期待均衡では、確率的な経済変動がいつ発生するのかわからないこと、そういった確率的变化が存在することや、その平均的な規模や頻度については、家計や企業が正しく認識していると想定される。一方、完全予見動学では、通常、非確率的な変化を想定するため、経済変動は、モデル内の家計や企業にとって予想不可能であるだけでなく、それが起こる可能性すら認識されていないことになる。こうした仮定は、定量分析の結果に大きく影響しないことも多いが、想定する経済変動によっては、合理的期待均衡と比較して定量的に無視しえない違いを生むこともある。例えば、ゼロ金利制約下でのインフレ率の動向などは、将来の不確実

性が足もとの経済動向に大きく影響するため、定量的に大きな違いを生むことが多い。また、本研究ノートで取り上げる人口動態の変化など、将来にわたる長期的な変動を分析する際は、それが一時点で急に認識されることになるため、初めの数期間において、非現実的な経済変動が起こってしまうことにも注意が必要である。

続いて、完全予見動学の〔2〕の特徴点について、初期時点において非確率的な経済変動が認識された後は、通常、モデル内の家計や企業は、その後の経済変動を全て完全に予見できると想定したうえで分析を行う。こうした完全予見の仮定は、主に二つのパターンが存在する。一つ目は、初期時点の経済変動以外の外生的な経済変動を想定しないパターンである。この一つ目のパターンとしては、経済政策や経済システムの変更の影響を分析する場合が考えられる。例えば、所得税の基礎控除額の変更に伴う経済変動を分析したい場合、基礎控除額を確率的な経済変動と考え、将来もそれが確率的に上下すると想定するのはやや不自然である。それよりも、政策変更を不可逆的な非確率的变化であると想定し、その後の制度変更は起こらない、という想定の下で分析するのが自然である。これは、国内税制の変更に限らず、関税の引き上げや年金制度の変更など、大きな経済政策の変更に伴う影響を分析する場合や、天災等の経済的影響を分析する際も同様である。もっとも、経済政策の変更であっても、政府支出の増減など周期的に行われるものについては、むしろ確率的な変動であると想定した方が自然であるため、こういった経済政策を分析対象とするかによって、用いる手法も変えていく必要がある。

完全予見が想定する二つ目のパターンは、将来にわたって外生的な経済変動が続くものの、そうした外生的な変化は全て非確率的で、企業や家計は、それらを初期時点で完全に予見できると想定する場合である。例えば、本研究ノートで分析例として用いる人口動態は、ある程度、将来にわたってその動きを予想することが可能であるため、完全予見を仮定して分析が行われることが多い。また、経済政策の変更であって

も、日本の消費税率の変更のように、将来の累次的な変更が予め決まっている場合は、そうした政策変更が完全に予見されていると想定して分析することが自然である。このように、将来の経済変動について完全予見を想定する場合、家計や企業は、文字通り将来の経済変動を完全に予見したうえで現在の行動を決定するため、この仮定の妥当性についてより慎重な吟味が必要である。例えば、RBCモデルのように企業の生産性の変化による影響を分析対象とする場合、完全予見のもとで分析を行うと、企業は将来の生産性の変化を全て予見したうえで、現在の設備投資の判断などを行うことになる。しかし現実には、将来の生産性がどのように変化するかについて、企業自らが予測することは極めて困難である。したがって、この場合、完全予見は明らかに非現実的な仮定となることから、確率的な不確実性を想定する手法を用いる方が、より現実に沿った分析手法であると言える。

最後に、完全予見動学に基づく定量分析が、特に合理的期待均衡に基づく定量分析と比べてもつメリットとして、その数値計算上の負担が小さい点を指摘しておきたい。特に、非線形な合理的期待均衡を算出するためには、確率変動に対する企業や家計の最適行動（政策関数）を全て算出する必要があるため、数値計算上の負担が非常に大きい。DSGEモデルの合理的期待均衡を数値的に求める手法については、近年、コンピューターの発展に伴って進歩が著しい分野ではあるが、厳密な合理的期待均衡を算出すべきなのかどうかは、こうした数値計算上の負担に比して十分なメリットがあるかどうかを慎重に検討する必要がある。完全予見動学は、初期時点での経済変動の可能性を家計や企業が全く認識していないという点で不自然さはあるものの、上述したように、必ずしもそれが定量的にみて大きな影響を分析結果に及ぼすわけではない。特に分析対象によっては、「インパルス応答関数」と呼ばれる、外生的な変化に対する経済の反応のみに着目する場合も多いが、そういったケースでは、合理的期待均衡における確率的な変動に対する反応に代えて、非確率的な

変動に対する完全予見動学の下での反応を用いることも多い。例えば、近年、金融政策の分析に用いられることが多い HANK モデル (Heterogeneous Agent New Keynesian Model) など、家計や企業の異質性を織り込んだ DSGE モデルでは、合理的期待均衡を求める数値計算上の負担が特に大きいため、完全予見動学による経済の反応を用いて分析が行われることも多い。

このように完全予見動学は、合理的期待均衡とは異なる特徴を持っているが、こうした違いにより、両者におけるカリブレーション (パラメータ設定) のやり方にも違いが生じる。以下では、DSGE モデルにおけるカリブレーションについて、特に、合理的期待と完全予見動学の間での違いに着目しながら解説する。

(2) DSGE モデルにおけるカリブレーション

DSGE モデルのカリブレーションには様々な手法が存在するが、最も良く用いられる手法が、モデルの定常状態における変数間の関係と、データ上の平均的な姿が一致するように、該当するパラメータのカリブレーションを行うやり方である。例えば、実質金利の平均的な水準を用いて家計の割引率のカリブレーションを行ったり、労働分配率の平均値を用いて生産関数における労働シェアのパラメータのカリブレーションを行ったりすることがこれに当たる。次節で詳述するように、定常状態の計算は、合理的期待均衡や完全予見動学を含め、どのような分析手法を用いる場合でも基本的に必要であることから、こうした定常状態の関係に基づくカリブレーションは、分析手法によらず広範に用いられる手法である。

もっとも、全てのパラメータの値が、定常状態での関係から導かれるわけではない。例えば、本研究ノートで用いる国際貿易 DSGE モデルでは、対外資産を保有する際の保有コストに係るパラメータが重要な役割を果たす。しかし、この対外資産の保有コストは、外生的な経済変動に対する反応の大きさを規定する一方、定常状態における変数間の関係には何ら影響しない。したがって、そのカリブレーションを行うには、経済変数の平均的な水準だけでなく、その周り

での経済変動に関するデータを用いる必要がある。

このように定常状態以外の動きを利用してカリブレーションを行う場合、確率的な経済変動に基づく合理的期待均衡と、確率的な変動が存在しない完全予見動学の間で、パラメータを設定する手法が異なりうる。例えば、確率的な変動を伴う合理的期待均衡において最もよく用いられる手法のひとつは、外生的な確率変動とパラメータの値を同時にベイズ推計する手法である。DSGE モデルのベイズ推計については、例えば、廣瀬 (2013) などを参照されたい。一方、完全予見動学では、確率的な変動が存在しないため、ベイズ推計のような尤度に基づく推計方法を用いることができない。そこで、本研究ノートで紹介するように、完全予見動学の下での経済変動が現実のデータをうまく説明できるようにパラメータの値を選択する、といったカリブレーション手法が考えられる。例えば、消費税引き上げの影響を分析する際、消費税率引き上げ前後の駆け込み消費とその反動の大きさをうまく説明できるように、パラメータの値を設定するといったやり方が考えられる。確率的な合理的期待均衡におけるカリブレーションでも、DSGE モデルから得られるインパルス応答関数が、VAR 等によってデータから推計されたインパルス応答関数に合致するようにパラメータの値を設定することもあるが、モデルから得られる結果とデータが合致するようにパラメータの値を設定するという意味では、その背後にある考え方は概ね同じであると言える。

本節では、完全予見動学の特徴について、特に確率的な経済変動をもつ合理的期待均衡と比較しながら解説したのち、ここで用いられるカリブレーションの方法について概説した。次節では、実際の分析例として国際貿易を扱う DSGE モデルを用いながら、人口動態と国際貿易の関係を分析するうえで、本節で解説したカリブレーション手法をどのように応用するのかについて説明する。

3. Dynare を用いた完全予見動学のカリブレーション

本節では、国際貿易 DSGE モデルを分析例として用いながら、完全予見動学のもとでのカリブレーション手法を説明する。以下では、まず分析で用いるモデルの構造と日本のデータについて簡単に説明したのち、具体的なカリブレーションのやり方について、DSGE モデルの定量分析用ソフトウェアである Dynare を用いたプログラミング方法について説明する。

(1) 国際貿易 DSGE モデルの概要

本研究ノートでは、完全予見動学を用いた分析例として、Ghironi and Melitz (2005) に基づく国際貿易 DSGE モデルを用いる。なお、人口動態といった中長期の問題を扱うことから、資本蓄積をモデルに導入している点を除けば、モデルの構造は Ghironi and Melitz (2005) と同様である。以下では、紙幅の関係上、モデルの詳細は割愛するが、モデルの詳細に興味のある読者は、Ghironi and Melitz (2005) や、本研究ノートで用いるモデルに對外直接投資を導入した Hirakata and Katagiri (2024) などを参照されたい。

企業部門：異なる生産性をもつ異質的企業による独占的競争モデルで、中間財企業は、コブ・ダグラス型の生産関数に従い、労働と資本による生産を行う。各企業は、国内市場で商品販売することができるほか、輸出を通じて海外市場にアクセスすることも可能である。もっとも、Ghironi and Melitz (2005) 等と同様、輸出を行うには、「輸出の固定費 (f_x)」と、輸出額に対して比例的なコスト (輸送費や関税) が掛かると想定している。この輸出の固定費の存在によって「規模の経済」が発生するため、国内市場と輸出の両方を行う企業 (= 輸出企業) は、国内市場のみで販売を行う企業 (= 国内企業) と比べて、生産性が高く、規模の大きい企業となる。定量分析では、Ghironi and Melitz (2005) と同様、各企業の生産性がパレート分布に従うと仮定することで、輸出企業と国内企業のそれぞれについて、生産などの変数を集約すること

が可能となる。

家計部門：代表的家計は、労働所得のほか、国内投資と海外投資の両方から金融所得を得ると想定する。そうした下で、家計は、最適な貯蓄と消費の選択を行いながら、無限期間の効用の割引現在価値を最大化する。その際、「海外証券投資のコスト (ρ)」が掛かると仮定することで、投資が国内投資に偏る現象 (ホームバイアス) を描写している。

マクロ変数：モデル内で重要となるマクロ変数として、貿易収支は、輸出企業による輸出額から輸入額を引いた額として定義する。また、所得収支は、家計の海外証券投資からの収益の合計と定義し、経常収支は、貿易収支と所得収支の合計と定義する。なお、モデル内の均衡では、経常収支が海外証券投資の純フローの合計に等しくなる。

以上がモデルの概要であるが、ここで企業部門と家計部門で鍵となるパラメータとして、輸出の固定費 (f_x) と海外証券投資のコスト (ρ) をそれぞれ選択し、これらのパラメータをカリブレーションの対象とする。具体的には、貿易収支や経常収支、総輸出の GDP 比のデータを用いた損失関数を定義し、それを最小化するようにパラメータの値のカリブレーションを行う。

(2) 定量分析のための準備：Mod ファイルの作成と定常状態の算出

上述したモデルを実際に定量分析に用いるために、本研究ノートでは、DSGE モデルを用いた定量分析ソフトウェアである Dynare を用いる。DSGE モデルを定量分析に応用するためには、[1] 均衡式を定式化した Mod ファイル、[2] 定常状態の算出するための Matlab ファイル、の二つのファイルを準備したのち、均衡動学を算出する。以下では、本研究ノートの主テーマであるカリブレーション以外の部分は、必要最低限の手順を記述するのみにとどめているため、Dynare を用いた定量分析のより具体的な手順を知りたい読者は、廣瀬 (2013) などを参照されたい。なお、本研究ノートで用いる Dynare ファイルと Matlab ファイルは、筆者のホーム

ページからダウンロード可能である。本研究ノートでも、実際のファイル名に言及しながら説明するため、興味のある読者は、プログラムファイルをダウンロードして参照しながら読み進めて頂きたい。

定量分析の準備として、第一に、DynareのModファイル(shirin2502.mod)を作成し、均衡式の定式化とパラメータの設定を行う。パラメータは、定常値の関係などによって予め設定されるものと、後ほど、均衡動学がデータに合うようにカリブレーションを行うものに分ける。ここでは、この分析例で鍵となる対外資産の保有コスト(ρ)と輸出の固定費(f_X)以外のパラメータは予め設定したうえで、上記の二つのパラメータのみデータに合うようカリブレーションを行う。したがって、これら二つのパラメータについては、Modファイル内で設定されている値は仮の値となる。均衡式を定義したのち、カリブレーションを行うための準備として、完全予見動学の均衡動学を一度算出しておく必要がある。この際、外生変数の初期と終期の値を設定する必要があるが、外生変数のパスは後ほど置き換えることが可能なため、Modファイル内では任意の値を設定して構わない。その後、steadyとcheckのコマンドで定常状態の算出を行うとともに、その安定性を確認する。steadyで定常状態を算出するには、定常状態を算出するためのMatlabファイルを予め作成しておく必要があるが、これについては、次の段落で説明する。最後に、完全予見のもとでの均衡動学を算出する。まず、perfect_foresight_setupというコマンドを用いて、完全予見動学のシミュレーションを行う準備を行う。ここでシミュレーション期間の長さを設定する必要があるが、完全予見動学を完全に収束させるには十分に長いシミュレーション期間を要するため、本分析例ではperiods=500として、500年をシミュレーション期間としている。最後に、perfect_foresight_solverというコマンドで、完全予見動学を算出することができ、ここでカリブレーションに必要な様々な変数が作成される。

定量分析の準備として、上記のModファイル

に加えて、定常状態を算出するためのMatlabファイルを作成する必要がある。定常状態とは、外生的な経済変動がない下で、経済変数が一定の値を取り続ける状態のことを指す。完全予見動学においても、定常状態から分析を開始し、そこから外生的な経済変動(この分析例では、人口動態の変化)を経て、新たな定常状態に落ち着くと想定して分析を行う。定常状態を算出するには、Dynareファイルにある均衡式において、(+1)や(-1)など時点に関する表記をすべて取り除き、外生変数が特定の値をとるもとで全ての均衡式を解けばよい。この分析例では、定常状態の算出を行うためのファイルとして、shirin2502_steady_state.mを作成し、ここでは、csolveやfsolveといった非線形方程式を解くソルバーを用いて、全ての均衡式で構成される同時方程式を数値的に解いている。なお、完全予見動学を用いて分析を行う際の注意点として、始点と終点として二つの定常状態を算出しなければならない点が挙げられる。この具体的な手順については、後ほどカリブレーションを行う際に解説する。

Modファイルと定常状態を算出するMatlabファイルが準備できれば、完全予見の下での均衡動学を用いた定量分析を行うことができる。完全予見動学の均衡動学を算出するやり方として、Dynareには、Modファイルに初期と終期における外生変数の値を指定したのち、simulというコマンドで均衡動学を算出するやり方が用意されている。完全予見動学を用いた定量分析の多くでは、このコマンドを用いて均衡動学を求めて分析に用いることができる。しかし、本研究ノートでは、パラメータのカリブレーションにおいて繰り返し均衡動学を求める必要があるため、後述するように、Matlabファイルから完全予見動学を解くコマンドを呼び出す方法を採用する。

(3) データ構築とカリブレーション

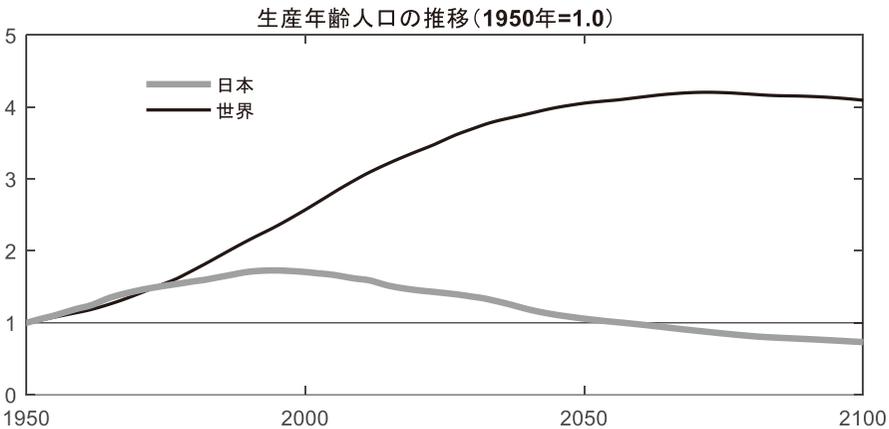
前述のとおり、分析で鍵となる対外資産の保有コスト(ρ)と輸出の固定費(f_X)の二つのパラメータについては、データをうまく説明できるようにカリブレーションを行う。以下では、

カリブレーションを含め、この分析例で用いるデータ系列について簡単に説明したのち、具体的なカリブレーションについて説明を行う。

本分析で着目するのは、人口動態が日本の輸出入や経常収支に与える影響である。まず、人口動態に関するデータとして、日本と世界の生産年齢人口の1960～2100年までの実績と予測

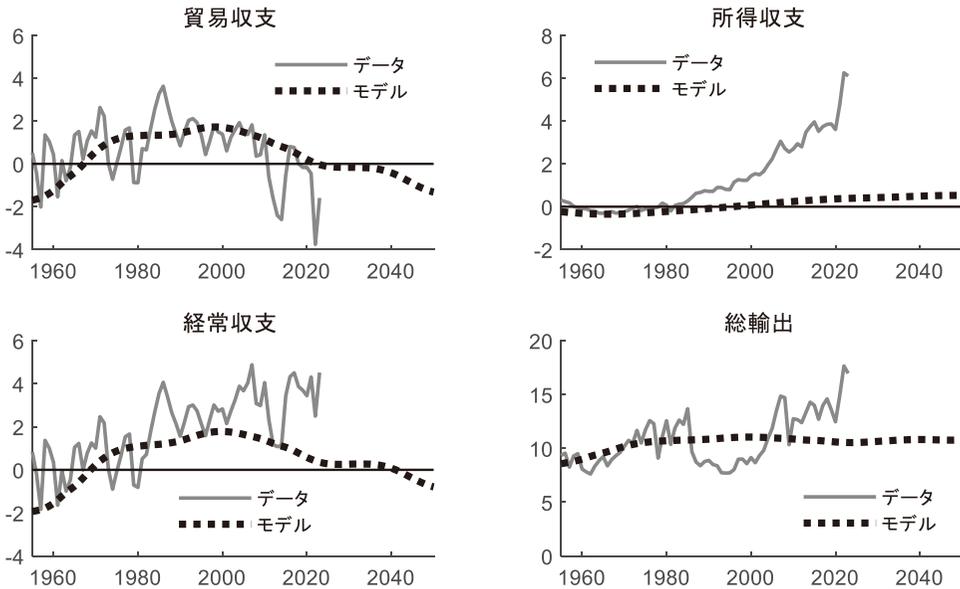
を用いる。日本については、国立人口問題研究所の中位推計を用いるほか、世界人口については、国連による予測値を用いる。続いて、経常収支とその内訳である貿易収支・所得収支のデータと、総輸出額のデータについては、財務省の国際収支統計から取得した1955～2022年までの長期時系列を用いる。

図 1



出所：国立人口問題研究所、国際連合

図 2



出所：財務省、筆者推計

図1は、日本と世界の生産年齢人口の動きを示しているが、太線で示した日本が、細線で示した世界全体と比較して、生産年齢人口の大幅な減少に直面していることが分かる。さらに、図2は、日本の経常収支と貿易収支・所得収支の対GDP比率を示しているが、実線で示した実際のデータは、(1)貿易収支は1990年代まで大幅な黒字であったものの、その後は減少を続け、最近では貿易赤字が定着していること、(2)所得収支の黒字は1980年代から増加を続け、現在では経常収支黒字の大部分を占めること、がわかる。また、図2の右下図では、総輸出の対GDP比率を示しているが、大きな振れを伴いつつも、概ね10~20%強の水準にあることがわかる。

本分析例のカリブレーションでは、上記のデータをモデルがうまく説明できるように、対外資産の保有コスト(ρ)と輸出の固定費(f_x)の二つのパラメータの値を設定する。まず、「うまく説明できる」という点について、具体的な定量的基準を設ける。基準の設け方は色々ありうるが、ここでは以下の損失関数を最小化するようにパラメータのカリブレーションを行う。

$$\sum_{X_t} \sum_{t=1955}^{2022} \frac{|X_t^{data} - X_t^{model}|}{|X_t^{data}|}$$

ここで X_t には、図2で示した貿易収支、所得収支、経常収支、総輸出の対GDP比率の四つの変数を用いる。すなわち、これら四つの変数の1955~2022年までの値について、データとシミュレーション値の差の絶対値の和が最小となるようにパラメータを選ぶ。カリブレーションを行うためのMatlabファイル(shirin2502_calibration.m)では、損失関数を最小化するパラメータ値を探索するコードと、それに続けて上記の損失関数が定義されている。以下では、実際のコードに沿って、カリブレーションを行う手順の説明を行う。

第一に、データの読み込みを行う。データは、shirin2502_data.mに格納されているため、それを実行することでデータを読み込み、これらを

グローバル変数として定義することで、後ほど定義する損失関数の中でも用いることができるようにする。その後、dynare コマンドを用いて Mod ファイル(shirin2502.mod)を実行すると、様々な変数の値が格納される oo_ という変数と、モデルの情報が格納される M_ といった変数が生成される。最後に、損失関数を最小化するパラメータ値を探索する。ここでは、valparam というベクトルに、探索する二つのパラメータ(ρ と f_x)の初期値を格納し、fminsearch という最小化を行う Matlab 関数を用いて、obj_shirin という名前で定義された損失関数を最小化している。最小化が完了すれば、損失関数を最小化するパラメータの値は、valopt というベクトルに格納され表示される。また、本来、正の値しか取りえないパラメータが最小化の過程で負に設定されることを防ぐため、パラメータは対数値で定義したのち、指数関数を用いて復元している。

続いて、同じファイル内で、損失関数として obj_shirin という関数を定義している。損失関数の引数は設定したいパラメータ(すなわち、 ρ と f_x)で、異なるパラメータの下で繰り返し均衡動学を算出し、損失関数を最小化するパラメータの組み合わせを探索する。まず、均衡動学を算出する前に set_param_value というコマンドで、各回のパラメータ値を設定するほか、人口動態の変数を外生変数としてモデルにインプットする。シミュレーションの外生変数は、Mod ファイルで定義された順に、oo_exo_simul という変数として格納されている。今回の分析例では、1列目が国内の労働供給、2列目が海外の労働供給となっているため、それぞれに日本と世界の生産年齢人口の推移と予測を格納する。本分析例では、シミュレーション期間を500年に設定している一方、人口動態の予測は2100年までしか存在しないため、人口動態の予測がない期間については、最終期の値から変化しないと想定する。続いて、完全予見動学の初期と終期の値として、人口動態の初期と終期に対応する二つの定常状態を算出する。shirin2502_steady_state.m の二つ目の引数が、定常状態を算出するための外生変数の値になるため、ここ

に、先ほど設定した `oo_exo_simul` の初期と終期の値をインプットし、それぞれに対応する定常状態を算出する。算出した定常状態の値は、完全予見動学の初期と終期の値として、`oo_endo_simul` の初期と終期の値として設定する。以上の準備を終えたところで、`perfect_fore-sight_solver` コマンドで、完全予見動学の均衡動学を算出する。算出された均衡動学は、`oo_endo_simul` という変数に格納されているため、ここから、各変数の均衡動学のパスを抽出し、Mod ファイルにおける変数名を付す。本分析例では、経常収支、貿易収支、所得収支、総輸出の四つの変数の GDP 比がデータに合うようカリブレーションを行うため、上記四つの変数の均衡動学のパスを GDP の均衡パスで割り、データとの差の絶対値を算出して足し合わせることで、上式で定義した損失関数に対応する値を算出している。損失関数の値は、`resid_total` として関数から出力し、これを最小化するようにパラメータを選択することができる。以下では、これらのファイルを用いて実際に定量分析を行い、その結果を簡単に解説する。

(4) 分析結果

定量分析では、まず `shirin2502_calibraion.m` を実行し、パラメータのカリブレーションを行う。本分析例では、対外資産の保有コスト (ρ) と輸出の固定費 (f_x) のそれぞれの初期値を 0.01 と 1.0 に設定し、損失関数を最小化するようにパラメータを探索すると、数秒で 0.0415 と 2.2288 という値を求めることができる。本分析例のように、比較的単純なモデルで、かつ、カリブレーションを行うパラメータの数が二つしかない場合、よほど極端な値を設定しない限り、大きな問題が生じることはない。しかし、モデルが複雑なものであったり、カリブレーションを行うパラメータの数が多の場合などは、初期値によってパラメータの探索に時間がかかったり、場合によっては損失関数の最小化がうまくいかないケースもありうるため、初期値を慎重に設定する必要がある。最小化問題の初期値の設定方法については様々な方法があるため、興味のある読者は数値計算の専門書を参照されたい。

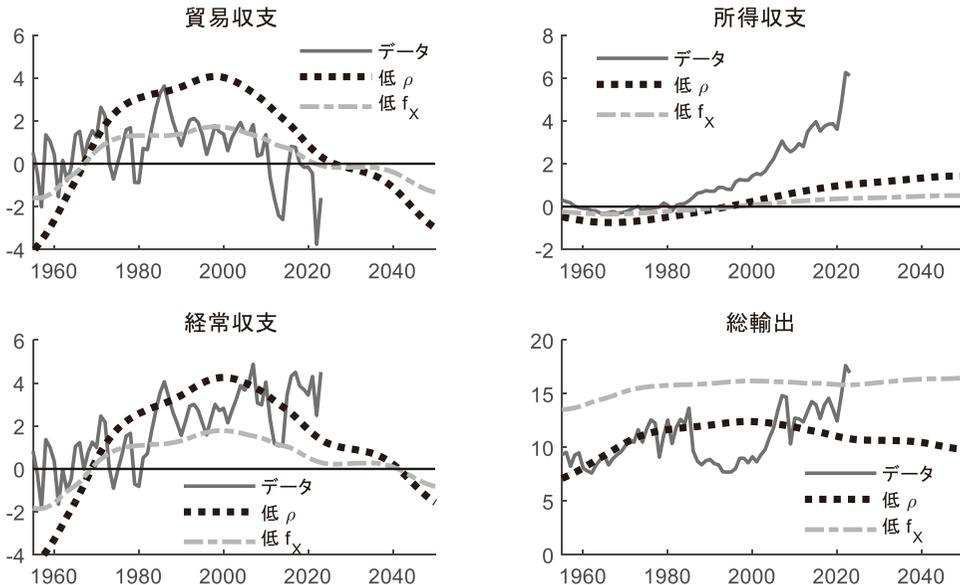
パラメータのカリブレーションが終われば、算出されたパラメータの下でシミュレーション結果の検証を行う。本分析例のシミュレーション結果は、図2の点線で示されている。ここでは、`shirin2502_figure.m` という Matlab ファイルにおいて、`valparam` という変数に先ほど損失関数を最小化することで求めたパラメータを入力し、完全予見動学の均衡パスを改めて算出したうえで図表を作成している。

図1で示された分析結果からは、以下のことが読み取れる。第一に、貿易収支の長期的なトレンドは、生産年齢人口のみを変動要因と想定しているにもかかわらず、その相当程度を説明することができる。特に、1980年代にかけて貿易黒字が拡大し、その後2000年代半ばにかけて大幅な貿易黒字を計上したのち、最近では貿易赤字が定着しつつある、という日本の貿易収支の特徴を捉えることができる。このことは、人口動態が日本の貿易収支を決める上で重要な変動要因となっていることを示しているほか、逆に、財政政策や日本企業の競争力等の要因は、(短期的な変動は除いた)長期的なトレンドを決定するうえで、あまり重要な要因ではないことを示唆している。第二に、1990年以降の所得収支黒字の大幅な増加は、本モデルではほとんど再現することができない。したがって、経常収支の黒字幅も、やや過小に評価する結果となっている。Hirakata and Katagiri (2024) では、最近の所得収支黒字の伸びを説明するうえで、対外直接投資からの収益が重要であることを示したうえで、本分析例で用いたモデルに対外直接投資を追加的に導入することで、日本の所得収支の変化を説明できることを示している。第三に、総輸出 GDP 比率は、平均的な水準と過去の緩やかな上昇トレンドは再現できているものの、1990年代の大幅な輸出減や、2010年以降に円安が進んでからの輸出増は追うことができていない。このことは、こうした動きを再現するには、人口動態以外の要因を加味する必要があることを示唆していると言える。第四に、人口動態を完全予見動学で用いることのメリットとして、人口動態が将来にわたって予測可能であることを挙げたが、モデルに基づく予測値を

みると、貿易収支の赤字幅は今後も拡大し続けることが予想される。貿易収支は振れが大きいこともあり、今後、貿易赤字が定着するかどうかは議論が続く論点ではあるが、少なくとも長

い目を見たトレンドについては、赤字幅が拡大していくことを前提に様々な政策立案などを行っていく必要があると言える。

図 3



出所：財務省、筆者推計

最後に、今回カリブレーションを行った二つのパラメータ (ρ と f_X) をカリブレーション値から変化させ、それが貿易収支などに与える影響を見ることで、どの変数がこれらのパラメータを識別するうえで重要な役割を果たしているのかを検証する。図3では、対外資産の保有コスト (ρ) と輸出の固定費 (f_X) のそれぞれのパラメータの値について、カリブレーション値の3分の1に設定した場合のシミュレーション結果を示している。まず、点線で示した対外資産の保有コストを3分の1に設定したケース (低 ρ) では、データや図1でのシミュレーション結果に比べ、貿易収支とそれを反映した経常収支の変動がかなり大きくなっている。このことは、対外資産の保有コストが高まれば、より貿易収支を均衡させるような力が働くという特徴から、貿易収支をうまく説明できるように ρ のカリブレーションが行われていることを示し

ている。続いて、輸出の固定費を3分の1にしたケース (低 f_X) をみると、貿易収支や経常収支の動きには大きく影響しないものの、総輸出GDP比率が大きく上振れている。このことは、輸出の固定費が、輸出を行うか否かの企業の判断に影響を与えているという事実から、総輸出GDP比率のレベルをうまく説明できるように f_X のカリブレーションが行われていることを示している。

以上のように、国際貿易 DSGE モデルは、人口動態のみを変動要因と想定した場合であっても、貿易収支や総輸出の動きをうまく説明できることが分かった。さらに、パラメータ値を変化させたシミュレーション結果からは、こうした説明力を得るためには、鍵となるパラメータ値について適切なカリブレーションを行うことの重要性も示唆された。本研究ノートのカリブレーションのように、データをうまく説明でき

るようにパラメータのカリブレーションを行う手法は便利な手法ではあるが、その際に留意すべき点として、以下の二点を指摘したい。一点目は、パラメータ値をうまく識別できる変数をターゲットとすることである。たとえば、分析例では、輸出の固定費を識別するには貿易収支などは役に立たず、総輸出の水準が重要な変数であることが示唆されたが、このことは、総輸出 GDP 比を損失関数に組み込まない場合、このパラメータの値をうまく識別できないことを示している。二点目は、カリブレーションを行うパラメータの数を増やし過ぎた結果として、分析対象とする変数の動きを説明できることがトートロジーとならないよう注意することである。今回の分析例でも、貿易収支や経常収支は、モデルで再現したい変数であるとともに、カリブレーションを行う際のターゲットとしても用いたため、見方によっては、これらの変数の動きを説明できることがトートロジー的な側面を持つとも言える。こうした批判を避けるためには、カリブレーションを行うパラメータの数と比較して、十分な数のデータや期間をターゲットとして用いるよう注意する必要がある。

4. おわりに

本研究ノートでは、DSGE モデルを用いた定量分析の例として、完全予見動学に基づくシ

ミュレーション分析を紹介しつつ、特に、その中でパラメータ値のカリブレーションを行う手法について、Dynare を用いたプログラミングを中心に説明を試みた。本研究ノートで説明したカリブレーションの手法は、完全予見動学を用いる定量分析において広く応用可能である。完全予見動学は、人口動態の影響や、税制や社会保障制度の変更がもたらす影響など、日本経済の動向を考えるうえで重要な経済問題を分析するのに適した定量分析手法である。今後、本研究ノートで紹介したカリブレーションの手法が、そうした分析に応用されていくことを期待したい。

参考文献

- Hirakata, N. and M. Katagiri (2024) . Foreign Direct Investment as a Long-term Capital Flow Channel: Evidence from Japan. *mimeo*.
- Ghironi, F. and M. J. Melitz (2005) . International Trade and Macroeconomic Dynamics with Heterogeneous Firms. *Quarterly Journal of Economics*, 120, 865-915.
- 加藤涼 (2006) . 『現代マクロ経済学講義—動学的一般均衡モデル入門』 . 東洋経済新報社 .
- 廣瀬康生 (2012) . 『DSGE モデルによるマクロ実証分析の方法』 . 三菱経済研究所・経済研究書 . 2012 巻 97 号 p.1-124.

